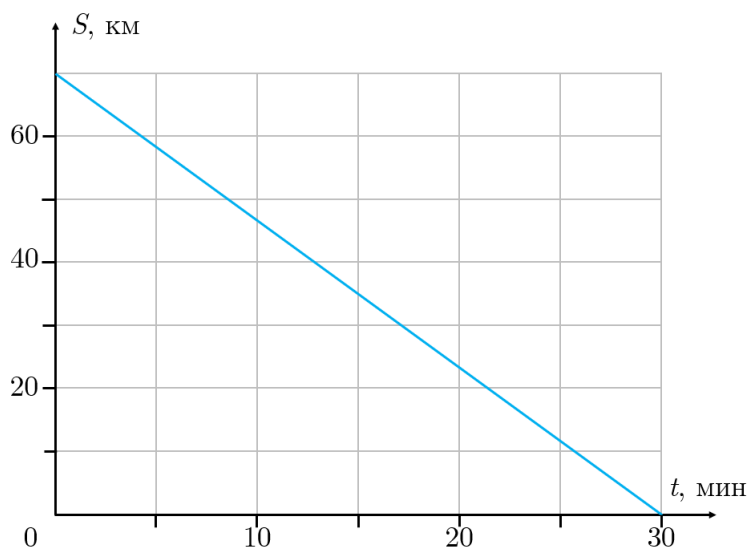


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Населённые пункты А и Б соединяет прямолинейный участок дороги. Из пунктов А и Б одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковой автомобиль. Скорость автомобиля $v = 80$ км/ч. На рисунке изображён график зависимости расстояния S между транспортными средствами от времени t , начиная с момента выезда.



а) Чему равно расстояние между пунктами А и Б? Ответ выразите в километрах, округлите до целых.

Ответ: 70

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Через какое время от момента выезда произошла встреча автомобиля и автобуса? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 0.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Чему равна скорость сближения автомобиля и автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 140

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

г) Чему равна скорость v_2 автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 60

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

д) Сколько времени автомобиль проведёт в пути от Б до А? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 0.9

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

е) Сколько времени автобус проведёт в пути от А до Б? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 1.2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Расстояние между пунктами А и Б равно расстоянию s между транспортными средствами в момент времени $t = 0$. По графику определяем: $S = 70$ км.

б) Встреча означает, что расстояние между транспортными средствами равно 0. По графику определяем $t = 30$ мин = 0.5 ч.

в) Скорость сближения показывает, на сколько километров уменьшается расстояние между транспортными средствами за единицу времени:

$$v = \frac{S}{t} = \frac{70 \text{ км}}{0.5 \text{ ч}} = 140 \text{ км/ч.}$$

г) Скорость сближения равна сумме скоростей транспортных средств. Значит, скорость автобуса:

$$v_2 = v - v_1 = 140 \text{ км/ч} - 80 \text{ км/ч} = 60 \text{ км/ч.}$$

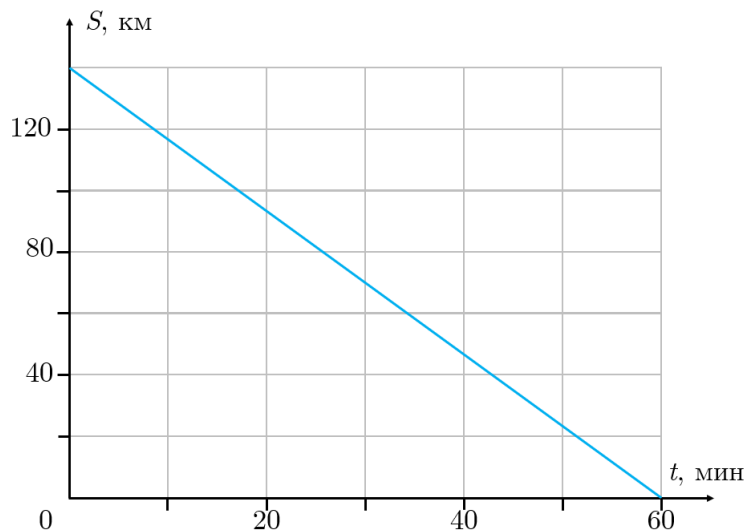
д) Время в пути автомобиля:

$$t_1 = \frac{S}{v_1} = \frac{70 \text{ км}}{80 \text{ км/ч}} = 0.875 \text{ ч} \approx 0.9 \text{ ч.}$$

е) Время в пути автобуса:

$$t_2 = \frac{S}{v_2} = \frac{70 \text{ км}}{60 \text{ км/ч}} = 1.167 \text{ ч} \approx 1.2 \text{ ч.}$$

Задание 1. Вариант 2. Населённые пункты А и Б соединяет прямолинейный участок дороги. Из пунктов А и Б одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковой автомобиль. Скорость автомобиля $v = 95 \text{ км/ч}$. На рисунке изображён график зависимости расстояния S между транспортными средствами от времени t , начиная с момента выезда.



а) Чему равно расстояние между пунктами А и Б? Ответ выразите в километрах, округлите до целых.

Ответ: 140

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Через какое время от момента выезда произошла встреча автомобиля и автобуса? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 1.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Чему равна скорость сближения автомобиля и автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 140

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

г) Чему равна скорость v_2 автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 45

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

д) Сколько времени автомобиль проведёт в пути от Б до А? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 1.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

е) Сколько времени автобус проведёт в пути от А до Б? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

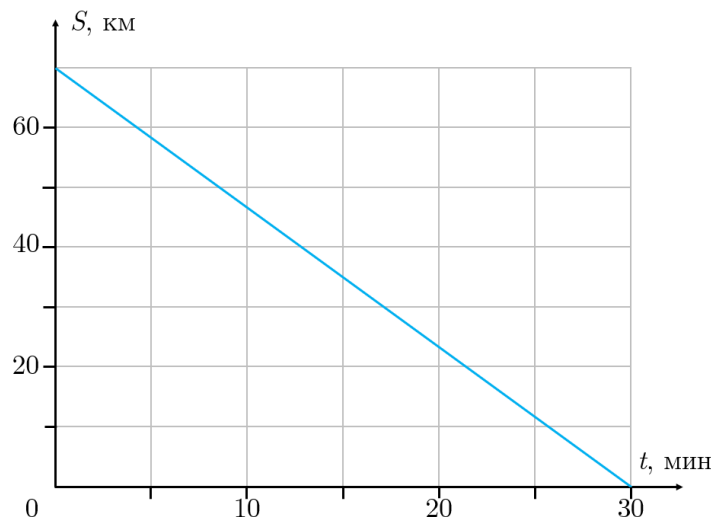
Ответ: 3.1

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 1. Вариант 3. Населённые пункты А и Б соединяет прямолинейный участок дороги. Из пунктов А и Б одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковой автомобиль. Скорость автомобиля $v = 60$ км/ч. На рисунке изображён график зависимости расстояния S между транспортными средствами от времени t , начиная с момента выезда.



а) Чему равно расстояние между пунктами А и Б? Ответ выразите в километрах, округлите до целых.

Ответ: 70

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Через какое время от момента выезда произошла встреча автомобиля и автобуса? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 0.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Чему равна скорость сближения автомобиля и автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 140

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

г) Чему равна скорость v_2 автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 80

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

д) Сколько времени автомобиль проведёт в пути от Б до А? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 1.2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

е) Сколько времени автобус проведёт в пути от А до Б? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

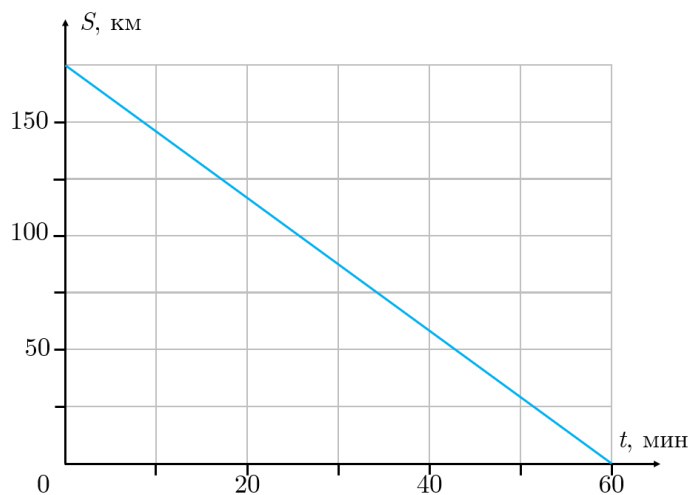
Ответ: 0.9

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 1. Вариант 4. Населённые пункты А и Б соединяет прямолинейный участок дороги. Из пунктов А и Б одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковой автомобиль. Скорость автомобиля $v = 95$ км/ч. На рисунке изображён график зависимости расстояния S между транспортными средствами от времени t , начиная с момента выезда.



а) Чему равно расстояние между пунктами А и Б? Ответ выразите в километрах, округлите до целых.

Ответ: 175

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Через какое время от момента выезда произошла встреча автомобиля и автобуса? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 1.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Чему равна скорость сближения автомобиля и автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 175

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

г) Чему равна скорость v_2 автобуса? Ответ выразите в км/ч, округлите до целых.

Ответ: 80

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

д) Сколько времени автомобиль проведёт в пути от Б до А? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 1.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

е) Сколько времени автобус проведёт в пути от А до Б? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

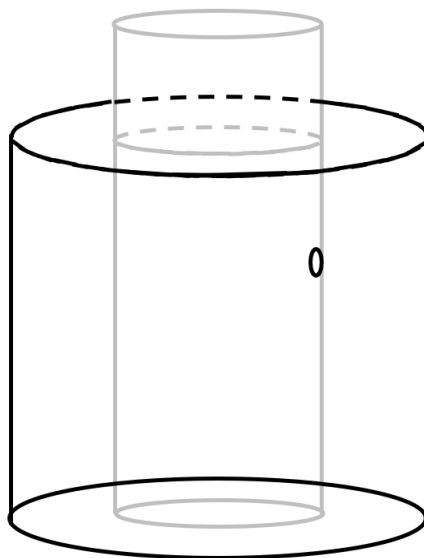
Ответ: 2.2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 1. Юрий сконструировал бицилиндрический сосуд. Он склеил донья двух цилиндрических сосудов разной высоты ($H_1 = 40$ см, $H_2 = 30$ см) и разной площади дна ($S_1 = 5$ см² и $S_2 = 20$ см²) и начал наливать воду во внутренний сосуд. Расход воды (объём воды, добавляемой в сосуд за единицу времени) равен $\mu = 3$ л/мин. Оказалось, что на середине высоты внутреннего цилиндрического сосуда ($H_3 = 20$ см) имеется небольшое отверстие. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.



Примечание: объём цилиндра можно вычислить по формуле

$$V = S \cdot H,$$

где S — площадь основания цилиндра, H — высота цилиндра.

а) Сколько воды наливается во внутренний цилиндр за 1 секунду? Ответ выразите в миллилитрах, округлите до целых.

Ответ: 50

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 0.5 балла

б) Через какой промежуток времени от начала наливания воды уровень воды достигнет отверстия в стенке внутреннего цилиндра? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1.9; 2.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

в) Через какой промежуток времени от начала наливания воды она начнёт переливаться через край внешнего цилиндра? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [11.9; 12.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

г) Определите давление воды на дно внутреннего цилиндра к концу второй секунды. Ответ выразите в килопаскалях, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1.9; 2.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Определите давление воды на дно внутреннего цилиндра к концу двенадцатой секунды. Ответ выразите в килопаскалях, округлите до десятых.

Ответ: 3.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) Определите давление воды на дно внутреннего цилиндра к концу первой минуты. Ответ выразите в килопаскалях, округлите до десятых.

Ответ: 3.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Выразим скорость наливания воды в мл/с:

$$\mu = 3 \text{ л/мин} = \frac{3000 \text{ мл}}{60 \text{ с}} = 50 \text{ мл/с}.$$

б) Объём налитой воды равен объёму внутреннего цилиндра от основания до отверстия:

$$V^* = H_3 S_1 = 20 \text{ см} \cdot 5 \text{ см}^2 = 100 \text{ см}^3 = 100 \text{ мл}.$$

Время заполнения:

$$t^* = \frac{V^*}{\mu} = \frac{100 \text{ мл}}{50 \text{ мл/с}} = 2.0 \text{ с}.$$

в) Вода начнёт переливаться через отверстие во внешний цилиндр и наполнять его со скоростью 50 мл/с. Когда уровень воды во внешнем цилиндре поднимется до уровня отверстия, водой начнут наполняться оба цилиндра. Значит, к моменту заполнения внешнего цилиндра водой до краёв оба цилиндра (и внешний, и внутренний) будут наполнены водой до высоты $H_2 = 30 \text{ см}$. В оба цилиндра будет налито:

$$V^{**} = H_2 S_2 = 30 \text{ см} \cdot 20 \text{ см}^2 = 600 \text{ см}^3 = 600 \text{ мл воды}.$$

Время заполнения:

$$t^{**} = \frac{V^{**}}{\mu} = \frac{600 \text{ мл}}{50 \text{ мл/с}} = 12.0 \text{ с}.$$

г) Гидростатическое давление:

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

К концу второй секунды внутренний цилиндр заполнен на половину высоты:

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot H_3 = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 0.2 \text{ м} = 2000 \text{ Па} = 2.0 \text{ кПа}.$$

д) К концу двенадцатой секунды оба цилиндра наполнены водой одинаково до высоты внешнего цилиндра:

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot H_2 = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 0.3 \text{ м} = 3000 \text{ Па} = 3.0 \text{ кПа}.$$

е) К концу первой минуты оба цилиндра по-прежнему наполнены водой одинаково до высоты внешнего цилиндра, так как вода переливается через край внешнего цилиндра:

$$p_3 = \rho \cdot g \cdot H_2 = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 0.3 \text{ м} = 3000 \text{ Па} = 3.0 \text{ кПа}.$$

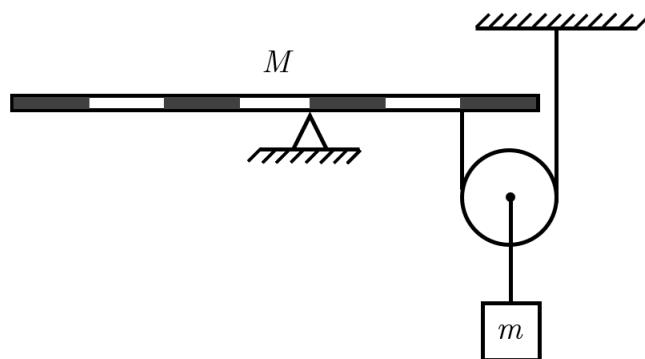
Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.*При прочтении условия, в котором отверстие находится на заданной высоте H_3*

№ варианта	H_1 , см	H_2 , см	H_3 , см	S_1 , см ²	S_2 , см ²	μ , л/мин	V , мл	t_{\min}^* , с	t_{\max}^* , с	t_{\min}^{**} , с	t_{\max}^{**} , с	p_1^{\min} , кПа	p_1^{\max} , кПа	$p_2^{\min} = p_3^{\min}$, кПа	$p_2^{\max} = p_3^{\max}$, кПа
1	40	30	20	5	20	3	50	1.9	2.1	11.9	12.1	1.9	2.1	3.0	3.0
2	39	29	20	19	10	6	100	1.9	2.1	7.3	7.5	1.9	2.1	3.8	4.0
3	38	28	20	18	5	3	50	1.9	2.1	13.6	13.8	1.9	2.1	3.2	3.4
4	37	27	20	17	10	6	100	1.9	2.1	6.2	6.4	1.9	2.1	3.6	3.8
5	36	26	20	16	5	3	50	1.9	2.1	11.4	11.6	1.9	2.1	3.5	3.7
6	35	25	20	15	10	6	100	1.9	2.1	5.2	5.4	1.9	2.1	3.4	3.6
7	34	24	20	14	5	3	50	1.9	2.1	9.4	9.6	1.9	2.1	3.3	3.5
8	33	23	20	13	10	6	100	1.9	2.1	4.2	4.4	1.9	2.1	3.2	3.4
9	31	21	20	11	10	6	100	1.9	2.1	3.3	3.5	1.9	2.1	3.0	3.2

При прочтении условия, в котором отверстие находится на середине высоты внутреннего цилиндра

№ варианта	H_1 , см	H_2 , см	H_3 , см	S_1 , см ²	S_2 , см ²	μ , л/мин	V , мл	t_{\min}^* , с	t_{\max}^* , с	t_{\min}^{**} , с	t_{\max}^{**} , с	p_1^{\min} , кПа	p_1^{\max} , кПа	$p_2^{\min} = p_3^{\min}$, кПа	$p_2^{\max} = p_3^{\max}$, кПа
1	39	29	14.5	19	10	6	100	1.4	1.6	7.3	7.5	1.4	1.6	3.8	4.0
2	38	28	14	18	5	3	50	1.3	1.5	13.6	13.8	1.3	1.5	3.2	3.4
3	37	27	13.5	17	10	6	100	1.3	1.5	6.2	6.4	1.3	1.5	3.6	3.8
4	36	26	13	16	5	3	50	1.2	1.4	11.4	11.6	1.2	1.4	3.5	3.7
5	35	25	12.5	15	10	6	100	1.2	1.4	5.2	5.4	1.2	1.4	3.4	3.6
6	34	24	12	14	5	3	50	1.1	1.3	9.4	9.6	1.1	1.3	3.3	3.5
7	33	23	11.5	13	10	6	100	1.1	1.3	4.2	4.4	1.1	1.3	3.2	3.4
8	31	21	10.5	11	10	6	100	1.0	1.2	3.3	3.5	1.0	1.2	3.0	3.2
9	30	20	10	10	6	3	50	любой	любой	5.9	6.1	0.9	1.1	2.9	3.1
10	28	18	9	8	5	3	50	любой	любой	4.4	4.6	0.8	1.0	2.7	2.9
11	26	16	8	6	5	3	50	любой	любой	3.0	3.2	0.7	0.9	2.5	2.7

Задание 3. Вариант 1. Чтобы уравновесить однородный рычаг массой $M = 800$ г, Виталий использовал идеальный невесомый блок, невесомую нить и груз массой m .



Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Найдите указанные величины.

Ответ:

Вопрос	Ответ	Критерий
Сила тяжести, действующая на рычаг. Ответ округлите до целых.	8 Н	Точное совпадение ответа — 1 балл
Сила натяжения нити, прикрепленной к рычагу. Ответ округлите до десятых.	2.0 Н	Точное совпадение ответа — 2 балла
Масса груза m . Ответ округлите до целых.	400 г	Точное совпадение ответа — 2 балла
Сила, с которой груз давит на ось блока. Ответ округлите до целых.	4 Н	Точное совпадение ответа — 2.5 балла
Сила, с которой рычаг давит на опору. Ответ округлите до десятых.	10.0 Н	Точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Сила тяжести, действующая на рычаг:

$$F_T = Mg = 0.8 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг} = 8 \text{ Н}.$$

б) Сила тяжести, действующая на рычаг, приложена к центру масс рычага (посередине). Запишем уравнение моментов относительно точки опоры рычага:

$$Mg \cdot 0.5 x = T \cdot 2 x.$$

Решим уравнение и найдём силу натяжения нити:

$$T = \frac{Mg}{4} = 0.8 \text{ кг} \cdot \frac{10 \text{ Н/кг}}{4} = 2.0 \text{ Н}.$$

в) Сила тяжести, действующая на невесомый блок с весомым грузом, уравновешена двумя силами натяжения нити: $2T = mg$. Решим уравнение и найдём массу груза:

$$m = \frac{2T}{g} = 2 \cdot \frac{2 \text{ Н}}{10 \text{ Н/кг}} = 0.4 \text{ кг} = 400 \text{ г}.$$

г) Сила давления груза на ось блока равна сила реакции оси блока:

$$N = mg = 0.4 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг} = 4 \text{ Н}.$$

д) Сила давления рычага на опору равна силе реакции опоры, действующей на рычаг:

$$N' = Mg + T = 0.8 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг} + 2 \text{ Н} = 10.0 \text{ Н}.$$

Заметим, что эта сила не равна силе тяжести, действующей на рычаг и груз вместе взятые:

$$(0.8 \text{ кг} + 0.4 \text{ кг}) \cdot 10 \text{ Н/кг} = 12 \text{ Н} > 10 \text{ Н}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	M , г	F_T , Н	T , Н	m , г	F_1 , Н	F_2 , Н
1	800	8	2	400	4	10
2	1000	10	2.5	500	5	12.5
3	1200	12	3	600	6	15
4	1400	14	3.5	700	7	17.5
5	1600	16	4	800	8	20
6	1800	18	4.5	900	9	22.5
7	2000	20	5	1000	10	25
8	2200	22	5.5	1100	11	27.5
9	2400	24	6	1200	12	30
10	2600	26	6.5	1300	13	32.5
11	2800	28	7	1400	14	35
12	3000	30	7.5	1500	15	37.5
13	3200	32	8	1600	16	40
14	3400	34	8.5	1700	17	42.5
15	3600	36	9	1800	18	45
16	3800	38	9.5	1900	19	47.5
17	4000	40	10	2000	20	50

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

